Dynamiczne Stochastyczne Modele Równowagi Ogólnej

dr Łukasz Woźny, Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

NBP, Marzec 2011

Program Dzień 2

1. Metody rozwiązywania modeli DSGE
2. Rozszerzenia: heterogeniczność podmiotów
3. Rozszerzenia: modele DSGE z pieniądzem
4. Rozszerzenia: modele DSGE gospodarki otwartej

Outline

Uwagi wstępne

1. równowaga w modelu teoretycznym: konstruktywne i niekonstruktywne metody dowodzenia istnienia równowagi (SLP, roz. 17-18).
2. teoretyczne metody numeryczne (Atkinson, Han 2000, Kindaid, Cheney 2006)
3. praktyczne metody obliczania równowag (Judd 1998, Canova 2007, roz 2)

Teoretyczne rozwiązywanie gospodarek

- Gospodarki optymalne. 1 i 2gie twierdzenie ekonomii dobrobytu.
- Gospodarki nieoptymalne. Twierdzenie Banacha (kontrakcja), Twierdzenia Tarskiego (operator rosnący), Twierdzenia Guo, Cho, Zhu (operator rosnący lub malejący). Zastosowanie: Coleman (1991), Datta, Reffett (2006), Metoda Abreau, Pearce, Stachetti (1990)/Kydland, Prescott (1980)

Kilka wybranych metod do rozwiązywania gospodarek nieoptymalnych

1) Coleman (1991): metoda operatorów monotonicznych dla gospodarki ze stopą podatkową $\tau(k,z)$ zależną od globalnego dochodu. Jeżeli $(1-\tau(k,z))f_1'(k,z)$ jest malejące z k. Równanie Eulera $u'(c(k,z)) = \beta E(1-\tau(f(k,z)-c(k,z),z'))f_1'(f(k,z)-c(k,z),z')u'(c(f(k,z)-c(k,z),z'))$ Operator zdefiniowany uwikłanie na równaniu $u'(Ac(k,z)) = \beta E(1-\tau(f(k,z)-Ac(k,z),z'))f_1'(f(k,z)-Ac(k,z),z')u'(c(f(k,z)-Ac(k,z),z'))$ jest rosnący. Istnienie (Tarski) i zbieżność (Amann). Uwaga jeżeli założenie o τ nie jest spełnione kontrprzykład Santosa (2002) na istnienie ciągłej rekursywnej równowagi Markowa.

Teoretyczne rozwiązywanie gospodarek

2) Podobnie operatory mieszanie monotonicznie dla gospodarek heterogenicznych podmiotów (Balbus, Reffett, Woźny 2011)
3) metoda APS/KP poszukiwania równowag sekwencyjnych zastosowana w DSGE przez Feng, Miao, Peralta-Alva, Santos (2009). Przykład równanie Eulera $F(c_t, k_t, z_t, Em_{t+1}) = 0$, gdzie $m_{t+1} = h(c_{t+1}, k_{t+1}, z_{t+1})$ to mnożniki Lagranga. Iteracja (z góry) operatora na zbiorze wszystkich odwzorowań $((c, k, z) \rightrightarrows m)$ spójnych z równaniem $F(\cdot) = 0$. Znajdujemy równowagowe odwzorowanie, z którego każda selekcja prowadzi do równowagowej polityki.

Log-linearyzacja

Log-linearyzacja (aproksymacja logarytmiczno-liniowa) wokół stanu ustalonego. Metoda lokalna

- Dla zmiennej z_t wprowadzamy $\hat{z}_t = \ln(\frac{z_t}{z^{ss}})$. W warunkach koniecznych $T(z_{1t}, \ldots, z_{Kt},) = 0$ na równowagę podstawiamy $z_t = z^{ss} \exp^{\hat{z}_t}$
- Przybliżamy tak zmienione równanie (warunek konieczny) metodą Taylora 1-go rzędu $\tilde{T}(\hat{z}_{1t}, \ldots, \hat{z}_{Kt}) = 0$ wokół 0 tzn: $\tilde{T}(0, \ldots, 0) + \sum_{j=1}^{K} \tilde{T}'_j(0, \ldots, 0)(\hat{z}_{jt} - 0) = 0$
- rozwiązujemy liniowe równania różnicowe

Przydatne zależności:

- $\exp^{\hat{z}_t} \simeq 1 + \hat{z}_t$,
- $(1 + \hat{z}_t)^\alpha \simeq 1 + \alpha \hat{z}_t$,
- $\hat{z}_{1t}\hat{z}_{2t} \simeq 0$.
- Stąd np: $z_t^\alpha = (z^{ss})^\alpha \exp^{\alpha \hat{z}_t} \simeq (z^{ss})^\alpha (1 + \alpha \hat{z}_t)$
- oraz $z_{1t}^\alpha z_{2t}^\beta = (z_1^{ss})^\alpha (z_2^{ss})^\beta (1 + \alpha \hat{z}_{1t} + \beta \hat{z}_{1t})$.

Uhlig: http://www2.wiwi.hu-berlin.de/institute/wpol/html/toolkit.htm

Dynare: http://www.dynare.org/

Parametryzowane oczekiwania

Marcet 1989, Marcet, Lorenzoni 1999.

- Metoda globalna, a więc może działać poza stanem ustalonym.
- Ograniczenia mogą być zadane nierównościami.

Przykład: równanie $u'(c_t) = \beta E(1 - \delta + z_{t+1} f_1(k_{t+1}))u'(c_{t+1})$

1. Wybierz parametry, wylosuj szoki, wybierz postać funkcji aproksymacji $h(k_t, z_t; \theta_0)$
2. wstaw h zamiast prawej strony równania i oblicz ścieżkę $\{c_t, k_t\}$
3. używając np. NLLS policz parametry θ_0^* regresji danych $\{c_t, k_t\}$ na $\beta E(1 - \delta + z_{t+1} f_1(k_{t+1}))u'(c_{t+1})$
4. policz błąd O pomiędzy wektorami
5. $\theta_1 := (1 - \rho)\theta_0 + \rho\theta_0^* O$
6. iteruj 2-5 do małych zmian błędów O lub parametrów θ. Ewentualnie zmień postać h.

Problemy ze zbieżnością algorytmu.

Metody projekcji

Problem przybliżenia funkcji f rozwiązującej $(\forall x \in X)\ T(f)(x) = 0$.

- Postulowana rodzina funkcji np. wielomianów $\tilde{f}(x) = \sum_{n=1}^{N} \alpha_n \phi_n(x)$
- funkcja błędów $O(\alpha, x) = T(\tilde{f})(x)$
- minimalizacja funkcji błędu O po wektorze α. Różne funkcje błędu
- w metodzie **kolokacji** wymagamy $(\forall i = 1, \ldots, N) O(\alpha, x_i) = 0$

Przykład równanie Eulera $F(c_t, k_t, c_{t+1}, k_{t+1}) = 0$ rekursywnie $F(c(k), k, c(g(k, c(k))), g(k, c(k))) = 0$, gdzie szukamy c, a g to równanie ruchu kapitału.

1. wyznacz węzły kolokacji zawierające stan ustalony np. węzły Czebyszewa
2. dla zadanych parametrów α obliczamy wartość konsumpcji $\tilde{c}$ zadaną np. wielomianami Czebyszewa
3. sprawdzamy błędy na węzłach i wybieramy α^* w taki sposób by błędy na węzłach były zerowe
4. rozwiązaniem jest $\tilde{c}$ dla α^*

Metoda kolokacji w praktyce: Klima, Materiały i Studia nr 201, Miranda, Fackler 2001.

Outline

Wprowadzenie do heterogeniczności podmiotów

- heterogeniczność strukturalna: skończona liczb różnych podmiotów (Becker, Zilcha 1997); nieskończona liczba różnych podmiotów (np. OLG, por. De la Croix, Michel 2002)
- heterogeniczność losowa: ex ante jednostki są identyczne, ex post mogą być różne. Heterogeniczność po stronie firm (Hopenhayn 1992) lub gospodarstwa domowych (Hugget 1993, Aiyagari 1994, Krusell, Smith 1998, Miao 2006). Zazwyczaj nieskończona liczba gospodarstwa domowych: modele Bewleya.

Heterogeniczność gospodarstw domowych (Becker,Zilcha)

- Becker 1980 pokazał, że w deterministycznym modelu ze skończona liczbą heterogenicznych podmiotów w stanie ustalonym tylko najbardziej cierpliwe gospodarstwa posiadają zasoby kapitału.
- Becker, Zilcha 1997 analizują model z I różnych (różne β_i oraz u_i) gospodarstw domowych i indywidualnym i zagregowanym szokiem.
- Dowodzą, że istnieje równowaga stacjonarna
- Pokazują, że wynik Beckera nie przechodzi w modelu stochastycznym.

Hipoteza permanentnego dochodu: PIH

Problem samoubezpieczenia od stochastycznych dochodów. Budowanie intuicji. Zał: u rosnące i ostro wklęsłe.

- $\sum_{t=0}^{T} \beta^t u(c_t)$ pw. $c_t + a_{t+1} = a_t(1+r) + y_t$ i zadanym $\{y_t\}_{t=0}^{\infty}$, $a_0 > 0$.
- Niech $\beta = \frac{1}{1+r}$ wtedy: $\lambda = const$, $c^* = const$. Hipoteza permanentnego dochodu (PIH). Równoważność sformułowania AD i sekwencyjnego. Bewley
- Podobny problem, ale $\{y_t\}_{t=0}^{\infty}$ jest losowe $= 0$ lub 2 z równym prawdopodobieństwem. Czy PIH? Ograniczenie budżetowe $a_0 - Tc^* + 2n \gtrless 0$. Nie ma szans na stały λ_t. Nie ma reprezentacji AD

Niezupełne rynki i modele Bewleya 1977, 1986

- **Dodajemy ograniczenie kredytowe**
- Problem deterministyczny, $T = \infty$, $u'(c_t^*) \leq \lambda$, więc $\lim_{t\to\infty} c_t^* = \bar{c} = \sup_t x_t$, gdzie $x_t = \frac{r}{1+r}\sum_{j=t}^{\infty}(1+r)^{t-j}y_j$
- $T = \infty$ i losowe $\{y_t\}$, $\beta(1+r) = 1$. Wtedy: $V(a) = \max_{a\geq c\geq 0}\{u(c) + \beta\sum_j \pi_j V((1+r)(a-c)+y_j)\}$, co daje: $u'(c) = \beta(1+r)\sum_j \pi_j V'((1+r)(a-c)+y_j) + \lambda$, a więc $V'(a) \geq \beta(1+r)\sum_j \pi_j V'(a')$. Jeżeli $\beta(1+r) = 1$ z Twierdzenia o supermartyngałach $V'(a)$ musi mieć granicę. Z (sekwencyjnego) ograniczenie budżetowego wiemy, że musi być to zero, a więc $a^* \to \infty$.
- $T = \infty$ i losowe $\{y_t\}$, $\beta(1+r) < 1$. Wtedy: $\lambda = const$, więc PIH oraz $Ec() = Ey()$

Heterogeniczność gospodarstw domowych (Hugget, Aiyagari)

Gospodarka wymiany: Hugget; gospodarka z produkcja: Aiyagari.

- Zbiór gospodarstw domowych o mierze jeden.
- Losowy rozkład dochodów z pracy $[e_1, \ldots, e_n]$ z prawdopodobieństwem π_j każdy (iid względem czasu i gospodarstw),
- Ograniczenia płynności $a_t \geq -b$.
- Zadany rozkład (łącznie na aktywach a i szoku e) początkowy μ_0
- Zagregowana zmienna stanu μ_t.
- Rozkład niezmienniczy μ^* taki, że jeżeli $\mu_t = \mu^*$ to $\mu_{t+1} = \mu^*$.
- Prawo Wielkich Liczb i interpretacja μ^*.
- Czy rozkład niezmienniczy istnieje i czy jest jedyny (Futia 1982, Hopenhayn, Prescott 1992)?

Definition (Aiyagari)

RCE są funkcje V, a', Λ, k, l oraz ceny r, w:

- $(\forall a, e, \mu) V(a, e, \mu) = \max_{a'} \{u((1 + r(\mu))a + w(\mu)e - a') + \beta \sum_{j=1}^{n} \pi_j V(a', e_j, \Lambda(\mu))\}$ pw. $(1 + r(\mu))a + we - a' \geq 0$, $a' \geq -b$ oraz $a'(a, e, \mu)$ rozwiązuje prawą stronę równania
- $(\forall \mu)$ $k(\mu), l(\mu)$ rozwiązują $\max_{k,l} F(k, l) - w(\mu)l - r(\mu)k$,
- $(\forall \mu)$ $\sum_{j=1}^{n} \int_a a d\mu(a, e_j) = k(\mu)$, $\sum_{j=1}^{n} \pi_j e_j = l(\mu)$, $\sum_{j=1}^{n} \int_a [(1 + r(\mu))a + w(\mu)e - a'(a, e)] \, d\mu(a, e) = F(k(\mu), l(\mu))$
- $(\forall \mu)$ $\Lambda(\mu)(\tilde{a}, \tilde{e}) = \sum_{j=1}^{n} \int_{a: \tilde{a} = a'(a, e_j, \mu)} d\mu(a, e_j) Pr(\tilde{e}|e_j)$.

Rozszerzenia: 1. ogólniejszy szok $Q(e'|e)$, 2. elastyczna podaż pracy, itp.

Algorytm rozwiązywania modelu na rozkładzie niezmienniczym

1. Wybierze liczbę r, policz w
2. Zakładając $r_t = const. = r$ i $w_t = const. = w$ rozwiąż problem gospodarstwa domowego i znajdź $a'(a, e)$
3. Używając $a'(a, e)$ i policz rozkład niezmienniczy (punkt stały funkcji Λ w przestrzeni nieskończenie wymiarowej)
4. Sprawdź czy rynek się czyści
5. Jeżeli nie zmień r
6. Iteruj aż osiągniesz punkt stały r^*

Przykład. Rysunek Aiyagari

- egzogeniczne ograniczenie kredytowe $a_t \geq -b$,
- endogeniczne ograniczenie kredytowe (no Ponzi game) $a_t + \sum_{s=0}^{\infty}(1+r)^{-s} w_{t+s} e_{t+s} \geq 0$ stąd $a_t \geq -\frac{we_{min}}{r}$,
- łącznie $a_t \geq -\min\left\{b, \frac{we_{min}}{r}\right\}$
- asymptota $\frac{1-\beta}{\beta}$

Rysunek Aiyagari

Uproszczenie modelu: Krusell, Smith 1988

1. Czy konsumenci mogą bazować swoje decyzje tylko na kilku momentach rozkładu μ (problem skończenie wymiarowy), czy też potrzebują całej wiedzy o rozkładzie (problem nieskończenie wymiarowy).
2. Innymi słowy, czy istnieje punkt stały projekcji P operatora Λ na skończenie wymiarową przestrzeń rozciągniętą np. m momentami rozkładu $\Lambda\mu$, tzn. $P\Lambda : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^m$. Algorytm jak wyżej dla modelu Aiyagari, ale prostszy.
3. Jednocześnie sprawdzamy jak dobra jest to projekcja
4. Alternatywnie: uprośćmy model i założmy od razy, że konsumenci obserwują tylko momenty rozkładu. Pomijamy więc problem punktu 3.

Kalibrujemy momenty rozkładu do danych.

Heterogeniczność firm

Wprowadzenie. Pytanie: Jak uzyskać niezdegenerowany rozkład popytu na pracę?

- Stałe korzyści skali (CRS) i jednakowe A, tj: $y_j = Al_j$? Nie, bo brak restrykcji na rozkłady
- CRS i różne A, tj: $y_j = A_j l_j$? Nie, bo rozkład zdegenerowany w najefektywniejszej firmie
- Malejące korzyści (DRS) $y_j = f(l_j)$? Nie, bo wszystkie firmy zatrudniają/ produkują tyle samo i kluczowe znaczenie ma liczba J firm na rynku
- Więc: $y_j = A_j f(l_j)$ i DRS. Przykładowo: $f(l) = l^\theta$, a więc $\max_l A_j f(l_i) - wl_i$ daje popyt: $l_j^* = (\frac{w}{\theta A_j})^{\frac{1}{\theta-1}}$ co daje $\log l_j^* = \text{const} + \frac{1}{\theta-1}\log A_j$

Model: masa J firm z technologią DRS i indywidualnym szokiem A_{jt} zadanym rozkładem $Q(A'|A)$, iid pomiędzy firmami. Kapitał przepływa swobodnie pomiędzy firmami. Konsument nie ma ryzyka.

Heterogeniczność firm

Definition

RCE są funkcje V, k', l, k^f, l^f, K' zyski Π oraz ceny w, r tż:

- $V(k, K, \mu) = \max_{k',l}\{u(w(K,\mu)l + r(K,\mu)k + (1+\delta)k + \Pi(K,\mu) - k', 1-l) + \beta V(k', K'(k,\mu), \Lambda(\mu))\}$, gdzie $l(k,K,\mu), k'(k,K,\mu)$ rozwiązują ten problem,
- $k^f(A,K,\mu), l^f(A,K,\mu)$ rozwiązują $\max_{k,l} Af(k,l) - w(K,\mu)l - r(K,\mu)k$ a zyski: $\Pi(K,\mu) = \int[\pi(A,K,\mu)]\mu(dA)$
- $K'(k,\mu) = k(K,K,\mu)$, $\int \mu(dA) = J$, a Λ jest zadane Q
- $K = \int k^f(A,K,\mu)\mu(dA)$, $l(K,K,\mu) = \int l^f(A,K,\mu)\mu(dA)$

Uwaga: w modelu Hopenhayna 1992 firmy zachowują się niestrategicznie. Aktualnie bardzo owocne wyniki w zakresie tzw. *Markow Perfect Industry Dynamics* (np. Doraszelski, Pakes 2007)

Uwagi końcowe

- Uwaga na mierzalność "wszystkiego" (Judd 1985)
- Potrzeba odpowiedniego Prawa Wielkich Liczb (Judd 1985)
- Liczba równowag i zbieżność iteracji

Outline

Podstawowe modele

- pieniądz w funkcji użyteczności (Sidrauski 1967)
- model *cash-in-advance*
- modele konkurencji monopolistycznej i dyspersja cen: Taylor (1979), ceny ustalane z góry, losowe pozwolenie na dostosowanie ceny: Calvo (1983),

Model MIU

- Gospodarstwo $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, m_t)$, gdzie m_t to realne zasoby pieniądza.
- Ograniczenie budżetowe + no-Ponzi game

$$r_t^* k_t + T_t^* + (1-\delta)k_t + \frac{m_{t-1} + b_{t-1}}{1+\pi_t^*} = c_t + k_{t+1} + m_t + q_t^* b_t,$$

- warunek konieczny + TVC (k, m):

$$\beta^t u_1'(c_t, m_t) = \lambda_t$$
$$\beta^t u_2'(c_t, m_t) = \lambda_t - \lambda_{t+1} \frac{1}{1+\pi_{t+1}}$$
$$\lambda_t (1 - \delta + r_t^*) = \lambda_{t-1}$$
$$\lambda_t q_t^* = \lambda_{t+1} \frac{1}{1+\pi_{t+1}^*}$$

Interpretacja

$$u_2'(c_t, m_t) + \frac{\beta}{1+\pi_{t+1}^*} u_1'(c_{t+1}, m_{t+1}) = u_1'(c_t, m_t)$$

$$\frac{u_2'(c_t, m_t)}{u_1'(c_t, m_t)} = 1 - q_t^* = 1 - \frac{1}{(1-\delta+r_{t+1}^*)(1+\pi_{t+1}^*)}$$

$$\frac{u_1'(c_t, m_t)}{\beta u_1'(c_{t+1}, m_{t+1})} = 1 - \delta + r_{t+1}^*$$

$$1 - \delta + r_t^* = \frac{1}{q_{t-1}^*(1+\pi_t^*)}$$

Warunki wewnętrznego rozwiązania i istnienie ss (separowalność użyteczności + Inada lub $u_2'(\cdot, \bar{m}) < 0$ dla dużego $\bar{m}$). Jeżeli $m_t^s = m_t^d$ oraz państwo oddaje zysk emisyjny to $T_t^* = m_t^s - \frac{m_{t-1}^s}{1+\pi_t^*}$ neutralność i superneutralność pieniądza. Reguła Friedmana

Model CIA

- Gospodarstwo $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, 1 - l_t)$
- pw. $r_t^* k_t + w_t^* l_t + T_t^* + (1-\delta)k_t + \frac{m_{t-1}+b_{t-1}}{1+\pi_t^*} \geq c_t + k_{t+1} + m_t + q_t^* b_t$, oraz $c_t \leq T_t^* + \frac{m_{t-1}}{1+\pi_t^*}$ + no Ponzi.
- warunek konieczny + TVC:

$$\beta^t u_1'(c_t, 1 - l_t) = \lambda_t + \mu_t$$
$$\beta^t u_2'(c_t, 1 - l_t) = w_t^* \lambda_t$$
$$\frac{\lambda_t}{\lambda_{t+1}} = 1 - \delta + r_{t+1}^*$$
$$\frac{\lambda_{t+1}}{1 + \pi_{t+1}^*} = \lambda_t q_t^*$$
$$\lambda_t = \frac{\lambda_{t+1}}{1 + \pi_{t+1}^*} + \frac{\mu_{t+1}}{1 + \pi_{t+1}^*}$$

Interpretacja

$$(1-\delta+r_t^*)\frac{1+\pi_t}{1+\pi_{t+1}} = \frac{u_1'(c_t, 1-l_t)}{\beta u_1'(c_{t+1}, 1-l_{t+1})}$$

$$c_t \leq T_t^* + \frac{m_{t-1}}{1+\pi_t^*} = m_t^s$$

$$\frac{u_1'(c_t, 1-l_t)}{u_2'(c_t, 1-l_t)} = \frac{1}{q_{t-1}^* w_t^*} = \frac{1+\pi_t^*}{w_t^*}(1-\delta+r_t^*)$$

+ stochastyka Cooley, Hansen 1989

Modele konkurencji monopolistycznej

N różnych dóbr, każde produkowane przez jedną firmę (Dixit, Stiglitz).

$$\max_{\{c_i\}_{i=1}^N} [\sum_{i=1}^{N} c_i^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}}$$

pw. $\sum_{i=1}^N p_i c_i = w + \sum_{i=1}^N \Pi_i = Y$.
FOC: $[\ldots]^{\frac{1}{\rho}-1} c_i^{\rho-1} = p_i \lambda$, a więc: $\frac{c_i}{c_1} = [\frac{p_i}{p_1}]^{\frac{1}{\rho-1}}$,
$Y = \sum p_i c_i = c_1 p_1^{\frac{1}{1-\rho}} [\sum_{i=1}^N p_i^{\frac{\rho}{\rho-1}}]$.
Stąd: $c_1 = p_1^{\frac{1}{1-\rho}} \frac{Y}{\sum_{i=1}^N p_i^{\frac{\rho}{\rho-1}}} = d(p_1, I, Y)$.

Obecne badania nad pieniądzem

Definition

Symetryczną równowagą z konkurencją monopolistyczną są $c^*, l^*, p^*, w^*, \Pi^*$ oraz funkcja $d^*(\cdot,\cdot,\cdot)$ takie, że:

- $l^*, c_i = c^*$ rozwiązuje $\max_{\{c_i\}_{i=1}^N} [\sum_{i=1}^N c_i^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$, pw. $\sum_{i=1}^N p^* c_i = w^* l + N\Pi^*$ oraz d^* jest funkcją popytu (jak na poprzednim slajdzie)
- biorąc $d^*()$ jako dane, p^* rozwiązują: $\max_p d^*(p, Np^{*,\frac{\rho}{\rho-1}}, w^* + N\Pi^*)(p - \frac{w^*}{A})$ oraz $\Pi^* = d^*(p^*, Np^{*,\frac{\rho}{\rho-1}})(p^* - \frac{w^*}{A})$
- $Al^* = Nd^*(p^*, Np^{*,\frac{\rho}{\rho-1}}, w^* + N\Pi^*)$.

Zauważmy, że dla np. $d^*(p; B) = Bp^{\frac{1}{\rho-1}}$ optymalna cena w FM wynosi: $p^* = \frac{1}{\rho}\frac{w^*}{A} > MC$.

Obecne badania

- Christiano, Eichenbaum, Evans (2005), Smets, Wouters (2003). Konkurencja monopolistyczna i schematy ustalania cel. Rola dla polityki pieniężnej
- Frykcje finansowe. Kiyotaki, Moore (1997) (heterogeniczność podmiotów (β_i), ograniczenie kredytowe, dwie stopy procentowe)
  Bernanke, Gertler, Gilchrist (1999) (kosztowna weryfikacja zdolności kredytowej)
- Zastosowanie:
  Brzoza-Brzezina, Makarski (2010): Credit crunch in a small open economy
  Brzoza-Brzezina, Kolasa, Makarski (2010): The anatomy of financial frictions in DSGE models
  Brzoza-Brzezina, Jacquinot, Kolasa, (2010): Can we prevent boom-bust cycles during euro area accession?

Outline

Gospodarka otwarta

Backus, Kehoe, Kydland (1992), International real business cycles?
Obstfeld, Rogoff (1995), Exchange rate dynamics redux

- dwa kraje
- modelowanie TofT, bilansu obrotów bieżących
- niepełna substytucyjność dóbr krajowych i zagranicznych

Polskie badania: Kolasa, (2009). Structural heterogeneity or asymmetric shocks? Poland and the euro area through the lens of a two-country DSGE model

Gospodarka otwarta

$\max \sum_{t=0}^{\infty} u(c_t)$ pw. ograniczenia zasobowego dla małej otwartej gospodarki:

- $y_t = c_t + i_t + x_t - Q_t x_t^m$
- $ca_t = x_t - Q_t x_t^m + f_t r_t^* = f_{t+1} - f_t$
- stąd $y_t = c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t + f_{t+1} - f_t(1 + r_t^*)$

FOC dla rozwiązania optymalnego.

$$\frac{u'(c_t)}{\beta u'(c_{t+1})} = 1 + r_{t+1}^* = 1 - \delta + f'(k_{t+1})$$

W długim okresie $ca_t = 0, f_t = f_0$. Domknięcie modelu: Schmitt-Grohe, Uribe (2003). Modyfikacja: dobra handlowe i niehandlowe $\max \sum_{t=0}^{\infty} u(c_t^T, c_t^N)$, krajowe i zagraniczne.